

TS2 devoir à la maison

Exercice 1

1) La fonction f est définie sur $]5 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{2x-13}{x-5}$$

La courbe C_f représente graphiquement f dans un repère.

- Etudier la limite de f en 5.
- Etudier la limite de f en $+\infty$.
- Déduire des questions précédentes que la courbe C_f admet deux asymptotes dont on précisera (pour chacune d'entre elles) le type et l'équation.
- Etudier la position relative de la courbe C_f et de son asymptote horizontale.
- Tracer les asymptotes, puis la courbe C_f .

Exercice 2

- Développer $(a+b)^3$ et $(a+b)^4$.
- On considère la suite (S_n) définie par :

$$S_n = 1^3 + 3^3 + \dots + (2n-1)^3 \quad \text{pour tout entier } n \geq 1.$$

- Calculer S_1 , S_2 et S_3 .
- Prouver par récurrence que :
$$S_n = 2n^4 - n^2 \quad \text{pour tout entier } n \geq 1.$$

Exercice 3

La fonction g est définie sur \mathbb{R} par :

$$g(x) = \frac{3x^2 - 5 \cos x}{x^2 + 7}$$

- Démontrer que, pour tout réel x :

$$\frac{3x^2 - 5}{x^2 + 7} \leq g(x) \leq \frac{3x^2 + 5}{x^2 + 7}.$$

- En déduire la limite de g en $-\infty$.

Exercice 4

Etudier les limites suivantes :

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 + 7x^2 - 8x - 11$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sin\left(\frac{\pi x}{2x-3}\right)$

c) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x-7}{\sqrt{x+9}-4}$