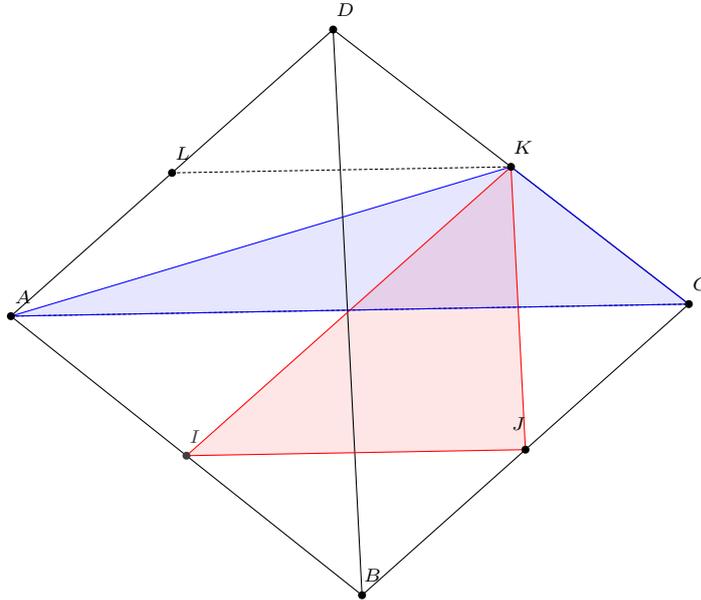


Exercice - M0018C

1) La figure ci-dessous nous aidera à visualiser la situation.



Considérons le triangle, ABC , I est le milieu de $[AB]$ et J est le milieu de $[BC]$. D'après le théorème des milieux, la droite IJ est parallèle à la droite AC .

Considérons le plan IJK et le plan ACK . Nous avons deux plans, sécants, puisque K appartient à l'intersection. Le plan IJK contient la droite IJ et le plan ACK contient la droite AC . Les droites AC et IJ sont parallèles. D'après le théorème du toit, l'intersection des deux plans est une droite Δ parallèle aux droites AC et IJ . Le point K appartient évidemment à la droite Δ .

On se place dans le triangle ACD . Δ est parallèle à AC , elle est donc sécante avec la droite AD . Le point d'intersection de la droite Δ et de la droite AD , appartient d'une part à AD , et d'autre part à Δ donc aux deux plans IJK et ACK . Le point d'intersection des droites Δ et AD est donc aussi le point d'intersection du plan IJK et de la droite AD , il s'agit donc du point L . La droite Δ correspond donc à la droite KL ce qui démontre que la droite KL est parallèle à la droite AC . \square QED

2) La démonstration est identique. On démontre d'abord que la droite JK est parallèle à la droite BD . Puis que la droite IL correspond à l'intersection des plans IJK et BDI , le théorème du toit permettant d'affirmer quelle est parallèle aux droites BD et JK .

3) La droite IJ est parallèle à la droite KL . La droite JL est parallèle à la droite IL . Donc le quadrilatère $IJKL$ est un parallélogramme.