

**Exercice - M0028**

1) La fonction sinus hyperbolique notée sh, est définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$\operatorname{sh}x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

- a) Montrer que la fonction sh est impaire.
  - b) Etudier la limite de sh en  $+\infty$
  - c) Etudier le sens de variation de sh et dresser son tableau de variation
  - d) Calculer sh(0). Etudier le signe de la fonction sh
- 2) La fonction cosinus hyperbolique, noté ch est définie sur  $\mathbb{R}$  par =

$$\operatorname{ch}x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

- a) Montrer que la fonction ch est paire.
  - b) Etudier la limite de ch en  $+\infty$
  - c) Etudier le sens de variation de ch et dresser son tableau de variation
- 3) Prouver que pour tout réel  $x$

$$\operatorname{ch}^2x - \operatorname{sh}^2x = 1$$

4) Soit  $\Gamma$  le cercle d'équation  $x^2 + y^2 = 1$ . Soit  $\mathcal{C}$  la courbe d'équation  $y = \operatorname{ch}x$ . Soit  $M$  un point de  $\mathcal{C}$ . La parallèle à l'axe des abscisses passant par  $M$  coupe l'axe des ordonnées en un point  $P$ . Montrer que la tangente en  $M$  à la courbe  $\mathcal{C}$  à l'une des tangentes au cercle  $\Gamma$  passant par  $P$

5) Montrer que la courbe d'équation  $y = \operatorname{sh}x$  est coupée par une droite quelconque en deux en un, deux ou trois points