Exercice - M0108

Un club de sport propose deux types d'abonnement non permutables.

Formule A : une cotisation annuelle de 500 € à laquelle s'ajoute la première année seulement un droit d'entrée de 10 000 €.

Formule B : une cotisation initiale de 1 000 € qui augmente de 10% par an. Dès la seconde année, pour fidéliser la clientèle, on effectue une réduction de 50 F sur la cotisation annuelle. Si C_n , est le montant, exprimé en francs, de la cotisation annuelle la n -ième année, on a $C_1 = 1000$, et pour tout entier n supérieur ou égal à 1, on a $C_{n+1} = 1,1C_n - 50$

1. Déterminer la somme T_n versée au club de sport par un membre pendant n années avec la formule A
2. Soit (D_n) la suite définie pour tout entier n supérieur ou égal à 1 par $D_n = C_n + \alpha$ ou α est un réel.
Déterminer le réel α pour que la suite (D_n) soit une suite géométrique de raison 1,1 et préciser le terme initial de la suite.
3. On suppose dans cette question que $\alpha = -500$
 - a. Exprimer D_n puis C_n en fonction de n .
 - b. Soit S_n la somme versée au club par un membre pendant n années avec la formule B. Montrer que $S_n = 5000[(1,1)^n - 1] + 500n$.
 - c. Quel nombre minimum d'années un membre doit-il cotiser pour que la formule A soit plus avantageuse que la formule B?