

Exercice - M0135

$\mathcal{R} = (O, \vec{i}, \vec{j})$ est un repère orthonormal. Soit \mathcal{P} la parabole d'équation

$$y = \frac{1}{4}x^2$$

Soit \mathcal{D}_m la droite d'équation $mx - y + 1 = 0$, m étant un élément de \mathbb{R} .

1. a) Montrer que, quel que soit m , \mathcal{D}_m et \mathcal{P} se coupent en deux points distincts A et B .
b) Quelle est la relation, indépendante de m , qui lie les abscisses x' et x'' de A et B ?
2. a) Calculer les coordonnées du point d'intersection I_m des tangentes aux points A et B .
b) Déterminer

$$AI_m^2 + BI_m^2 - AB^2$$

En déduire que les tangentes à \mathcal{P} aux points A et B sont perpendiculaires.

- c) Quel est l'ensemble des points I_m lorsque m décrit \mathbb{R} .