

**Exercice - M0353**

Soit  $E$  un espace vectoriel normé et  $F$  un sous-espace fermé de  $E$ . Soit  $\pi: E \rightarrow E/F$  la surjection canonique. Pour  $X \in E/F$ , on pose  $N(X) = \inf\{ \|x\| \mid x \in \pi^{-1}(X) \}$

1. Montrer que  $N$  est une norme sur  $E/F$  et que  $\pi$  est continue.
2. Vérifier que pour tout  $x \in E$ ,  $N(\pi(x)) = d(x, F)$