Exercice - P0008C

La voiture est soumise à son poids et ‘a l’action de la route sur les pnematique $\vec{R}$. L’étude du mouvement est faites dans le référentiel terreste supposé galiléen. Nous pouvons appliquer le principe fondamental de la dynamique (deuxième loi de Newton).

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

Les forces extérieures sont $\vec{P} = m\vec{g}$ et $\vec{R}$. Il en résulte :

$$m\vec{a} = \vec{P} + \vec{R}$$

Projetons cette relation sur la direction verticale. Soit $\vec{k}$ un vecteur unitaire vertical orienté vers le haut.

$$m\vec{a} \cdot \vec{k} = \vec{P} \cdot \vec{k} + \vec{R} \cdot \vec{k}$$

$$0 = -mg + R_n$$

Le mouvement étant rectiligne horizontal $a_z = 0$ et donc $R_n = mg$. Soit $\vec{u}$ un vecteur unitaire colinéaire à la vitesse et de même sens. Projetons la relation précédente sur la direction $\vec{u}$.

$$m\vec{a} \cdot \vec{u} = \vec{P} \cdot \vec{u} + \vec{R} \cdot \vec{u}$$

$$ma_u = R_T$$

L’action du sol est donc $\vec{R} = R_n\vec{k} + R_T\vec{u}$. La composante normale est égale au poids $R_n = mg$ et $R_T \leq fR_n$. La composante tangentielle est dans le sens opposé au mouvement. A la limite du glissement, $R_T = -fmg$. On en déduit :

$$a_u = -fg$$

En intétrant on obtient

$$v_u = -fgt + C$$

A $t = 0$ la composante de la vitesse sur $\vec{u}$ est v_0, donc

$$v_u = -fgt + v_0$$

Une nouvelle intégration donne la position

$$x = -\frac{1}{2}gtt^2 - v_0t + C$$

En prenant l’origne des positions au moment du freinage $C = 0$. La vitesse s’annule à la date

$$t = \frac{v_0}{fg}$$

En reportant dans l’expression de x en fonction de t, on obtient

$$x = -\frac{1}{2}fgt\left(\frac{v_0}{fg}\right)^2 + v_0\frac{v_0}{fg}$$

$$x = \frac{v_0^2}{2fg}$$

Conclusion : la distance d’arrêt s’exprime

$$d = \frac{v_0^2}{2fg}$$

Elle augmente comme le carr’e de la vitesse !